

Chapter 26 Accuracy Benchmarking

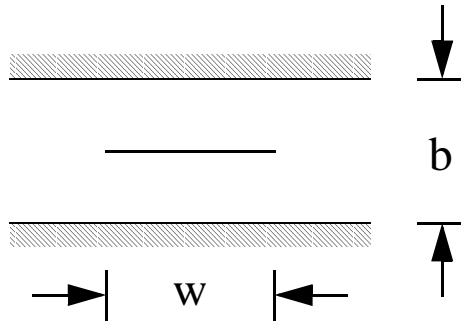
電磁界解析には、“Good Agreement Between Measured And Calculated”(GABMAC)という言葉がよく用いられます。しかし過去においては何をもって“good”と決められるかということには、ほとんど努力は払われていませんでした。これをより有用にした結果が“Difference Between Measured And Calculated”(DMAC)です。

この章では、いかなる 2.5 次元或いは 3 次元電磁界解析においても DMAC の評価を 1×10^{-8} レベルの精度まで行なえる、精密なベンチマーク(参考文献 [21] [22] [24] に基づいています)について説明します。

アプリケーションのオンラインヘルプに、結合ストリップ線路のベンチマークの例題があります。

An Exact Benchmark

DMAC を計算するのに必要なものは、正確なベンチマークです。正確なベンチマークの1つの題材として、ストリップ線路があります。ストリップ線路の特性インピーダンスは理論的に厳密に表現できます。K(k) は第1種の完全楕円積分です。コンピュータ上での評価は、Abramowitz と Stegun 共著の **Handbook of Mathematical Functions** の 590ページから 592ページに説明されている、K(k) の多項式となります ($m_1 = 1 - m^2$ のところが $1 - m$ と誤植になっているので注意してください)。



$$Z_0 \sqrt{\epsilon_r} = \frac{\eta_0 K(k')}{4 K(k)}$$

$$k = \tanh\left(\frac{\pi w}{2b}\right) \quad k' = \sqrt{1 - k^2}$$

$$\eta_0 = 376.7303136$$

上図で引用されている $K(k)$ の表現は、約 1×10^{-8} の精度になります。コンピュータでプログラムすると、次の3つの異なる伝送線路インダクタンスに対する値が得られず（比誘電率は1とする）。

Table 3 Stripline Benchmark Dimensions

Z_0 (ohms)	w/b
25.0	3.3260319
50.0	1.4423896
100.0	0.50396767

ストリップ線路の長さに対して、2つの興味のあるパラメータがあります。特性インダクタンスと伝搬速度です。上記の w/b を与えることによって Z_0 の正確な解 (1×10^{-8} の精度) が得られます。比誘電率が 1.0 の時、この伝搬速度の正確な解も得ています。それは光速であり、既知の精度は約 1×10^{-9} です。これらの値の差は、誤差或いは DMAC です。

上記の3つのベンチマークの各々は、Sonnet の例題から入手できます。50 オームの線路が必要であれば、例題 [S50](#) を入手してください。他のベンチマーク回路はそれぞれ、[S25](#) と [S100](#) の中にあります。Sonnet の例題の入手方法については、いずれかの Sonnet のプログラムメニューから Help ⇒ Examples を選択し、続いて Instructions ボタンをクリックします。

“b” の寸法は正確に 1.0 mm で、“w” の寸法は上記の表から与えられるので、比誘電率 1.0 ならばそれぞれの線路の長さは 4.99654097mm になります。これらの線路の長さは、15.0GHz で正確に 0.25 波長となります。図形ファイルにはサブセクションの組があり、線路は幅 16 ヶ、長さ 128 ヶになります。

DMAC を評価するためには、線路の解析を 15 GHz で行ない、ディバイディングを指定しておかなければなりません。特性インダクタンスに関する誤差は、実際の値と、上記の計算した値とのパーセント誤差の表現を取ります。伝搬速度に関する誤差は、計算した S_{21} の値と、-90 度とのパーセント誤差の表現を取ります。全体の誤差は、これら2つのパーセント誤差の和になっています。

解析の種類によっては、特性インピーダンスを計算しないものがあります。1/4 波長の長さをもつ 50 オームの線路に対して、1 次の項までで詳細な誤差解析を行うと、 $|S_{11}|$ の値は特性インピーダンスの誤差に等しくなります。例えば、 $|S_{11}|=0.02$ であるということは、特性インピーダンスに約 2% の誤差があることを示しています。この近似方法を例えば 25 オームの線路に用いると、S パラメータは 25 オームの S パラメータに変換されなければなりません。これは回路理論プログラムではトランスを加えることによって実現されます。

Residual Error Evaluation

これまで、サブセクションと残差 (DMAC) の間の関係の詳細な解析を行ってきました。線路を分割する最もシンプルな方法は、線路と同じ幅を持つサブセクションを使用することです。Sonnet や他のさまざまな解析において、このようにすれば線路の幅に渡って均一な電流分布が得られます。実際の電流分布では、線路の縁に偏ります。

電流分布は中央線に対して対称なので、線路の幅に沿って 1 つか 2 つのサブセクションを用いれば、同じ量の誤差を生じます。

1 つか 2 つのサブセクションを用いて得られる誤差は、5% か 6% 程度であるということがわかっています。漂遊結合がなければ、回路理論ではもっとよい結果が得られます。線路を 16 割幅にすると、約 1% のエラーで、よりよい値になります。収束性が非常に強いということがわかっています (確かめられます)。線路幅あたりのセルの数を倍にすれば、誤差は半分に縮小されます。

線路の長さ方向に沿って、波長あたりのセル数を変化させると、逆平方の関係が見られます。線路の長さ方向に沿って、波長あたりのセルの数を倍にすれば、パーセント誤差は 4 分の 1 の割合で縮小されます。

サブセクションの関数として誤差を表現した方程式は以下のようになります。

$$E_T \cong \frac{16}{N_W} + 2 \left(\frac{16}{N_L} \right)^2 \quad N_W \geq 3 \quad N_L \geq 16$$

ここで

Chapter 26 Accuracy Benchmarking

N_W = 線路幅あたりのセル数

N_L = 線路長さに沿った波長あたりのセル数

E_T = 総誤差 (DMAC) (%)

この方程式は、サブセクションの誤差のみを評価します。例えば、いかなるディエンパッディングの誤差も上記の誤差に追加されます。この誤差の評価は、ルーフトップサブセクションを用いるどんな電磁界解析でも有効でなければなりません。

誤差評価に用いられる量は、セル単位で考えるもので、サブセクション単位ではないことに気をつけてください。セルは可能な限り小さいサブセクションになります。Sonnet では、図形の角におけるサブセクションは、その方向につき1つとなっています。図形に縁に沿ったサブセクションは、1セルの広さで数セルの長さになっています。内部のサブセクションは、長さ・幅とも数セルになります。

ほとんどの場合において、セルサイズが誤差を決定する重要なパラメータであることがわかっています。言い換えれば、最小サブセクションが重要なのです。例えば、ストリップ線路のベンチマークにおいて、前述の図形のプロジェクトは、たとえそれらの16セルが4つか5つのサブセクションに合成されようと、線路を16セルの幅に設定するようにしています。誤差のレベルを決定するのは、この16セルであり、4つか5つのサブセクションではありません。

この誤差の評価を実行するにあたって、 N_W による特性インピーダンスの誤差は、常に高く、絶対に低くないことがわかっています。もちろん、異なるインピーダンスの線路における誤差の変化は、非常に小さいものです。上記の方程式は、誤差の評価に関してはかなり正確です。最後に、 N_L を波長あたり約40セルにした場合、起こり得る誤差はすべて特性インピーダンスからの誤差になります。伝搬速度に生じる誤差は、ほとんど0になります。

上記の方程式が、誤差の評価に関してはかなり正確だとわかることでしょう。誤差に関する明確な知識さえあれば、それについて何らかの対応ができるのです。

Using the Error Estimates

上記の誤差評価は、回路全体に対する誤差を評価するのに用います。今、1mm幅が、1mm幅しかない、高インピーダンス伝送線路を作成するとします。そうすると、低インピーダンス伝送線路は例えば30mm以上の幅を持つ線路でしょう。1mm幅の線路は5%の誤差を生じますが、30mm幅の線路では0.5%の誤差しか生じません。共振がない状態では、全体の誤差はどこをとっても5%から0.5%の間にあるといえます。回路のほとんどが低インピーダンスの線路で構成されているならば、誤差はほぼ0.5%というふうになります。

しかし、共振が考えられる回路を扱う場合もあります。例えば0-πフィルタなどです。0-πフィルタは、高インピーダンスの線路に対して非常に影響を受けやすいという回路理論を用いれば、検証することはたやすいことです。これは、高インピーダンスの線路だけでフィルタの半分を作成しても、約5%の誤差が見込まれることを意味します。

この情報が与えられれば、いくつかの取るべき行動が挙げられるようになります。まず、5%の誤差を許せるのならば、これ以上努力をする必要もありません。

おそらくは、誤差がほとんどないフィルタを設計したいと考えることでしょう。特性インピーダンスの誤差は5%であることがわかっているので、線路を1mm幅に分割したために増加したと考えられる特性インピーダンスの誤差を5%よりも低く補正するために、物理的に線路を広げればよいのです。この補正技術を用いれば、かなり細かい回路を取り扱うことも可能です。